Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTS MN, veuillez visiter :
btsmn.fr/annales-sujets-et-corriges

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : 2 pour la majorité, 2,5 en constructions métalliques, 1,5 en géologie appliquée, 1 en maintenance et après-vente des engins de travaux publics et de manutention, 3 en traitement des matériaux.**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Modélisation du départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce (13 questions) **Page 3**

2. Probabilités et test d'hypothèse sur l'obsolescence programmée des smartphones (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsmn.fr/assets/annales/bts-mn/E2 - Mathématiques/2018/BTS MN - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Modélisation du départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce

Le premier exercice étudie la distance parcourue par un wagon propulsé électromagnétiquement afin de décrire son mouvement et de vérifier l'objectif de vitesse fixé par les ingénieurs. Il demande aussi de calculer l'aire hachurée d'une pièce destinée à une gare à partir d'un schéma, d'une fonction et d'une primitive fournie.

A. Résolution d'une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l'équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0.

On utilise la forme des solutions de $y' + ay = 0$. Ici, $a = -0,2$, donc $y(t) = ke^{-at} = ke^{0,2t}$, où k est une constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que g(t) = -15t - 75 est une solution de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

La dérivée de $g(t) = -15t - 75$ est $g'(t) = -15$. On remplace dans le membre de gauche : $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$. On retrouve bien le membre de droite de l'équation.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> g est bien une solution de l'équation différentielle.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Les solutions de l'équation complète sont la somme d'une solution particulière et des solutions de l'équation homogène. En ajoutant $g(t) = -15t - 75$ à $ke^{0,2t}$, on obtient l'ensemble recherché.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la solution f de l'équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, sachant qu'à l'instant t = 0 le wagon est au point de départ.

Dans la solution générale, la condition initiale donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$. On remplace cette constante dans l'expression générale.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir de l'expression admise de f'(t), résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

On a $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. Sur $[0, 3]$, $t \geq 0$, donc $e^{0,2t} \geq 1$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ sur tout l'intervalle, avec égalité en $t = 0$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La solution est tout $t \in [0, 3]$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f'(t) les variations de f sur l'intervalle [0, 3].

La dérivée étant positive ou nulle sur $[0, 3]$, la fonction est croissante. Ses valeurs aux bornes sont $f(0) = 0$ et $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45$.

t	**0**	**3**
$f(t)$	0	$75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$
Variation	croissante	

✓ RÉPONSE À RETENIR

f croît de 0 à environ $16,659$ sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

À une minute, on évalue la fonction distance : $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15$. Le résultat est environ $1,605$ km, soit $1,6$ km après arrondi au dixième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Distance parcourue : $1,6$ km.

Question 3° a). Sachant que la vitesse du wagon à l'instant t, en kilomètres par minute, correspond à f'(t), déterminer sa vitesse à t = 2 minutes et arrondir le résultat au dixième.

La vitesse à deux minutes vaut $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$. Cela donne environ $7,377$ km/min, soit $7,4$ km/min au dixième.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> À $t = 2$ min, la vitesse est $7,4$ km/min.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

Le seuil demandé correspond à $400/60 \approx 6,667$ km/min. Or, à deux minutes, la vitesse vaut $15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min. Comme cette vitesse est croissante et part de zéro, le seuil est franchi avant deux minutes.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, l'objectif est atteint : 400 km/h est dépassé avant deux minutes.

Question 4°. Choisir, parmi les trois propositions, l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2. Recopier la réponse retenue sans justification.

Au point d'abscisse 2, la tangente s'écrit $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. En remplaçant par les expressions de la fonction et de sa dérivée, on obtient la troisième proposition.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. À partir du schéma, choisir parmi les propositions l'aire A1 du rectangle OPQR en unités d'aire.

Sur le schéma, le rectangle $OPQR$ a pour largeur $OP = 3$ et pour hauteur $OR = 2,25$. Son aire vaut donc $3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. Calculer l'aire A2 de la partie limitée par la courbe de g(x) = 27x/(2x² + 18), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3, en utilisant la primitive fournie.

La primitive fournie est $\frac{27}{4}\ln(x^2+9)$. Comme $g(x) \geq 0$ sur $[0,3]$, l'aire est l'intégrale de g sur cet intervalle : $A_2 = \left[\frac{27}{4}\ln(x^2+9)\right]_0^3 = \frac{27}{4}\ln\left(\frac{18}{9}\right) = \frac{27}{4}\ln 2$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A représentée sur le schéma, en unités d'aire, et arrondir au millième.

La pièce est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Sur une moitié, l'aire hachurée est celle du rectangle moins l'aire sous la courbe : $A_1 - A_2$. Ainsi, $A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2\right)$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A \approx 4,143$ u. a.

2. Probabilités et test d'hypothèse sur l'obsolescence programmée des smartphones

L'exercice étudie les obsolescences technique et logicielle observées sur des smartphones, puis modélise par une loi binomiale le nombre d'appareils non réparables dans un lot. Il se termine par un test bilatéral qui confronte à un sondage la proportion de personnes pensant qu'une marque pratique l'obsolescence programmée.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des informations de l'énoncé, compléter le tableau des effectifs de smartphones touchés ou non par l'obsolescence technique et logicielle, parmi les 200 appareils étudiés.

Il y a 6 smartphones touchés par T et 16 par L. Parmi les 16 touchés par L, 12,5 % le sont aussi par T, soit 2 appareils. Les autres cases se déduisent des totaux.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau des effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Tableau complété : 2, 4, 6 ; 14, 180, 194 ; 16, 184, 200.

Question 2°. Pour un smartphone choisi au hasard parmi les 200 étudiés, donner P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique et L l'obsolescence logicielle.

Les proportions de l'énoncé donnent directement **P(T) = 0,03** et **P(L) = 0,08**.

Parmi les smartphones touchés par L, 12,5 % sont touchés par T : $\mathbf{P_L(T) = 0,125}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T) = 0,03 ; P(L) = 0,08 ; $P_L(T)$ = 0,125.

Question 3° a). Calculer la probabilité P(T ∩ L) qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle.

Par la formule des probabilités conditionnelles, **P(T ∩ L) = P(L) × P_L(T)**. Donc 0,08 × 0,125 = 0,01.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T ∩ L) = 0,010.

Question 3° b). Calculer la probabilité P(T ∪ L) qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

Pour l'union, on additionne les probabilités puis on retranche l'intersection, comptée deux fois : **P(T ∪ L) = P(T) + P(L) - P(T ∩ L)**.

Le calcul donne 0,03 + 0,08 - 0,01 = 0,10.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T ∪ L) = 0,100.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité cherchée est le rapport de l'intersection à la probabilité de T : **P_T(L) = P(T ∩ L) / P(T) = 0,01 / 0,03**.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P_T(L) ≈ 0,333.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte le nombre de smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

1. À chaque tirage, la probabilité d'obtenir un smartphone non réparable est 0,045.
2. Les 50 tirages sont assimilés à des tirages avec remise, donc indépendants et de même probabilité. Le nombre X de smartphones non réparables suit une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

✓ RÉPONSE À RETENIR

X suit la loi binomiale B(50 ; 0,045).

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones du lot de 50 soient réparables.

Tous les appareils sont réparables si X = 0. La probabilité correspondante est **$P(X = 0) = (1 - 0{,}045)^{50} = 0{,}955^{50}$**, soit 0,100 au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Probabilité que les 50 smartphones soient réparables : 0,100.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme, puis compléter le tableau pour i = 0, 1, 2 et 3 avec les valeurs de P(X = i) et de la somme cumulée S.

On calcule chaque probabilité binomiale puis on ajoute successivement le terme obtenu à S. Les valeurs sont arrondies au millième.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

À la fin de la boucle, S additionne les probabilités pour i = 0, 1, 2 et 3. Elle représente donc la probabilité qu'un lot contienne au plus 3 smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S = P(X ≤ 3) ≈ 0,813, soit 81,3 %.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une loi binomiale, l'espérance vaut E(X) = np.

Donc E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. En moyenne, un lot de 50 contient 2,25 appareils non réparables.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Parmi les valeurs proposées, choisir la valeur de h arrondie au centième telle que, sous H0, P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95.

L'intervalle central de 95 % d'une loi normale s'étend sur environ 1,96 écart-type de part et d'autre de la moyenne. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, soit 0,07 au centième parmi les réponses proposées.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> h ≈ 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %, pour les hypothèses H0 : p = 0,55 et H1 : p ≠ 0,55.

La règle consiste à comparer la fréquence observée à l'intervalle central de 95 % sous H_0.

- Si 0,48 ≤ f ≤ 0,62, on ne rejette pas H_0.
- Sinon, on rejette H_0 au profit de H_1.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Ne pas rejeter H_0 si 0,48 ≤ f ≤ 0,62 ; la rejeter sinon.

Question 3°. Sur l'échantillon de 180 personnes interrogées, 76 pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Quelle est la conclusion du test ?

La fréquence observée est f = 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à 0,48, borne de l'intervalle de décision : on rejette donc H_0 au seuil de 5 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 : la proportion de 55 % n'est pas validée par l'échantillon.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Session 2018, code MATGRB1, cette épreuve de mathématiques du BTS dure deux heures et son coefficient dépend de la spécialité. L'exercice 1 étudie le départ d'un train à propulsion électromagnétique et l'aire d'une pièce de gare. L'exercice 2 traite de l'obsolescence des smartphones par probabilités conditionnelles, loi binomiale et test d'hypothèse, mobilisant calcul, modélisation et interprétation.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' - 0,2y = b(t), la solution générale est la somme d'une solution particulière et de la solution homogène k e^(0,2t).
- La dérivée d'une distance donne une vitesse; convertir des kilomètres par minute en kilomètres par heure en multipliant par 60.
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), P(X = k) = C(n,k)p^k(1-p)^(n-k) et E(X) = np.
- Dans un test bilatéral au seuil de 5 %, la zone d'acceptation centrale a une probabilité de 0,95 sous H0.

Points de vigilance & attentes du jury

- Vérifier les unités de la vitesse calculée avant de la comparer à l'objectif de 400 km/h.
- Pour l'aire hachurée, lire le schéma, repérer la symétrie et distinguer l'aire sous la courbe de celle du rectangle.
- Dans le tableau d'effectifs, exploiter la probabilité conditionnelle pour déterminer l'intersection avant de compléter les marges.
- Pour le test, calculer la fréquence observée et la comparer aux bornes de décision du test bilatéral.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment exploiter la dérivée pour vérifier l'objectif de vitesse du wagon ?

La dérivée f'(t) donne la vitesse en kilomètres par minute. Évaluez-la à deux minutes, convertissez le résultat en kilomètres par heure en le multipliant par 60, puis comparez-le à l'objectif de 400 km/h.

Q : Comment calculer l'aire sous la courbe de g dans cet exercice ?

Calculez l'intégrale de g entre 0 et 3 en utilisant la primitive fournie. Elle donne l'aire sous la courbe à droite de l'axe des ordonnées; utilisez ensuite le schéma et la symétrie pour obtenir l'aire hachurée.

Q : Comment interpréter la somme calculée par l'algorithme binomial ?

L'algorithme additionne P(X = i) pour i allant de 0 à 3. La valeur finale de S représente donc la probabilité qu'un lot de 50 smartphones compte au plus trois appareils non réparables.

Q : Que faut-il vérifier avant de conclure le test bilatéral ?

Calculez la fréquence observée sur les 180 personnes, puis comparez-la aux bornes de l'intervalle d'acceptation sous H0 au seuil de 5 %. Hors de l'intervalle, rejetez H0; à l'intérieur, ne la rejetez pas.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsmn.fr/assets/annales/bts-mn/E2 - Mathématiques/2018/BTS MN - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Mécatronique Navale : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.